Chaotic Behaviour of Deterministic Orbits

京大・理　富　田　和　久
阪市大・理　甲　斐　　透

External periodic modulation of a nonlinear oscillator may lead to a chaotic output behaviour. This phenomenon is attributed to the existence of a strange attractor, which embodies essentially a folding motion as is met in Bernoulli shift or the baker's transformation.

力学系の解軌道の物理的振舞としては，中立安定，漸近安定，不安定等の様相が可能であり，特定の様相がどのような条件下で出現するかを知ることは興味深い。この問題について，微分方程式系の場合は未知の部分が多いが，差分方程式の場合には若干の事情が知れているので,[1-7] 連続系の振舞でも不連続表示（例. Poincaré map）を行うことは有意義と思われる[8]。我々は2自由度系（Brussel 模型）の強制振動を扱かい[9] 興味ある結果をえたので報告する。即ち，$\frac{1}{2}$の分数調波引込みの起る周波数領域で外力 $a \cos \omega t$ の振巾 a を増していくと，2^n（n は整数）であらわされる調和的分岐が順次に無限個あ

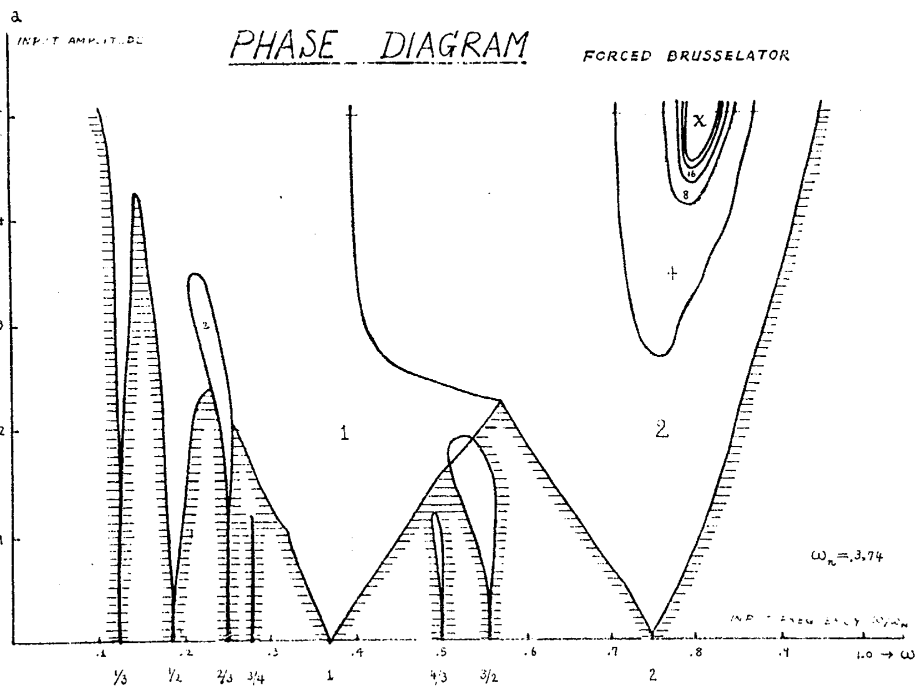

図　1

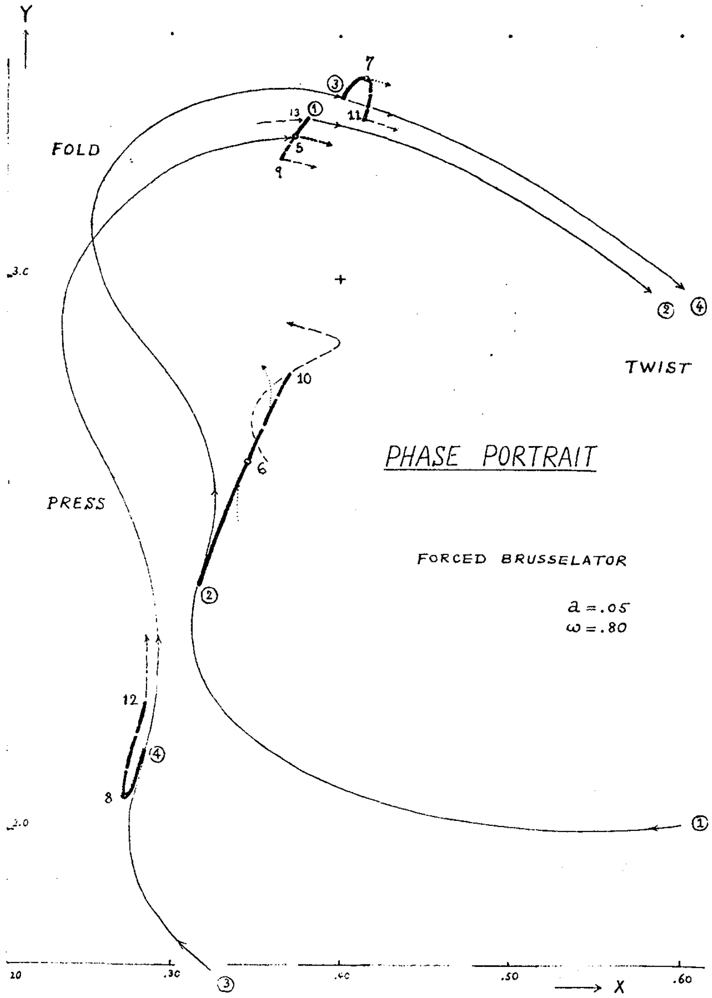

図 2

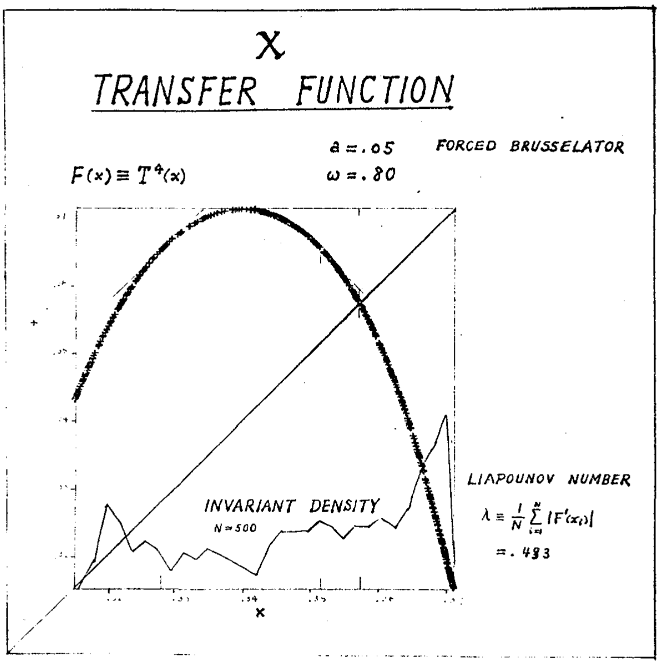

図 3

らわれた上で，chaotic behaviour を示す領域 χ があらわれる。(cf. 図1）

この領域での振舞を“stroboscopic 表示”すれば（図2），写像関数 F(x) は極めて簡単な形であり（図3），chaotic behaviour は周期点のつくる窓構造の中間にある壁の部分に対応し（図4），無限に折りたたまれた strange attractor から発

生していることがわかる(図2)。

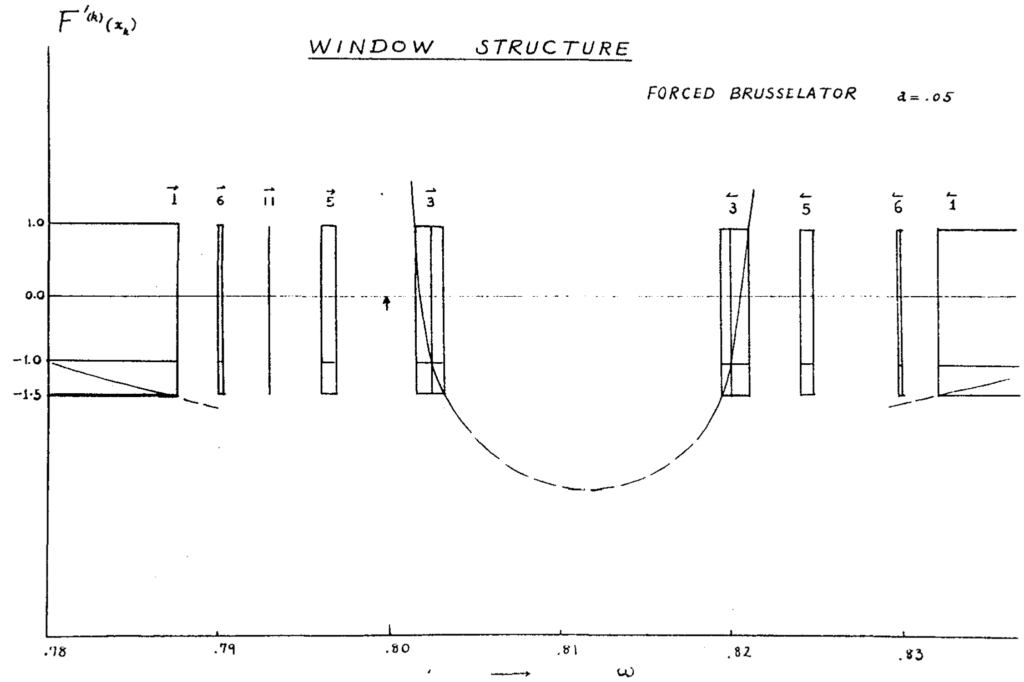

図 4

Literature

1. Li, T. Y. and Yorke, J. A., Am. Math. Monthly, **82**, 985–992 (1975)
2. Sarkovskii, A. N., Ukr. Mat. Z. **16**, 61–71 (1974)
3. Stefan, P., Commun. math. Phys. **54**, 237–248 (1977)

† This condition has been loosened to the existence of an orbit with periodicity $\neq 2^n$. See: Nathanson, M. B., J. Combinatorial Theor. (A) **22**, 61 (1977), and Oono, Y., Prog. Theor. Phys. (to appear)

4. May, R. M. and Oster, G. F. Am. Nat. **110**, 573–599 (1976)
5. Smale, S. and Williams, R., Journ. Math. Biol. **3**, 1–4 (1976)
6. May, R. M., Nature **261**, 459–467 (1976)
7. Guckenheimer, J., Oster, G. F. and Ipaktchi, A., Theor. Pop. Biol. **4**, 101–147 (1977)
8. Lorenz, E. N., J. Atmos. Sci. **20**, 130 (1963)

Rössler, O. E., Z. Naturforsch. **31a**, 259 and 1664 (1976)

Olsen, L. F. and Degn, H., Nature **267**, 177 (1977)
Schmitz, R. A., Graziani, K. R. and Hudson, J. L., J. Chem. Phys. **67**, 3740 (1977)
Nagashima, T. and Shimada, I. Prog. Theor. Phys. **58**, 1318 (1977)
Shimada, I. and Nagashima, T., Prog. Theor. Phys. (to appear)
9. Tomita, K., Kai, T. and Hikami, F., Prog. Theor. Phys. **57**, 1159–1177 (1977); Prigogine, I. and Lefever, R., J. Chem. Phys. **48**, 4977 (1968)
10. e.g. Ueda, Y., Akamatsu, N. and Hayashi, C., Trans. IECE **56A**, 218 (1973)
Hayashi, C. and Ueda, Y., Nonlinear Vibration Problems (Zagadnienia Drgan Nieliniowych, 1973) p. 341.

乱流への転移に対する簡単なモデルと定常乱流状態の統計的性質

九大・理　藤 坂 博 一

最近，色々な系で流体乱流とよく似た性質が観測されており，流体乱流は自然界に普遍的に存在する巨視的状態としての乱流の一つの例であるという見方になりつつある。ここ一年半程，山田氏（九大工）と乱流の発生と統計的な性質について調べているので報告する。

N個の同等な limit-cycle oscillator の系を考え，運動は次式に従って行なわれているとする。[1)]

$$\dot{w}_j = (1+ic_0)w_j - (1+ic_2)|w_j|^2 w_j + (e/N)(1+ic_1)\sum_{\ell=1}^{N}(w_\ell - w_j) \quad (1)$$

w_j は j 番目の振動子の変数であり，e は振動子の相互作用の強さを表わす。(1)は $\nu = 1+c_1c_2$ として $\nu > 0$ のときは引き込み解 $w_j = \exp(i\Omega_n t)$，$\Omega_n = c_0 - c_2$ しか解として持たない。$\nu < 0$ のとき系は e に依存して多様な運動が実現される。我々は $\nu < 0$ のとき N=2，3 について e を外部変数として数値的に(1)を解き，power-spectrum analysis を行った。